I. Proportionnalité dans la vie courante :

D'après l'activité 1 :

Le prix payé pour un plein d'essences et la quantité d'essence achetée sont deux grandeurs proportionnelles.
La distance sur une carte et la distance réelle sont deux grandeurs proportionnelles.
Etc ...

Par contre, la taille d'une personne et son âge ne sont pas deux grandeurs proportionnelles :
contre-exemple : si Karine mesure ,à 5 ans1,08 m, alors à 15 ans, elle ne mesurera pas 3,24 !

II. Reconnaître une situation de proportionnalité dans un tableau :

1. Méthode des opérateurs :

Définitions:
Deux grandeurs sont proportionnelles lorsqu'on passe des valeurs de l'une aux valeurs de l'autre par une même multiplication.

Le nombre par lequel on multiplie l'une pour passer à l'autre s'appelle **coefficient de proportionnalité.**

Exemple et contre-exemple:

On a relevé la durée d'ouverture d'un robinet, en fonction du volume qui s'écoulait de ce robinet :

Volume écoulé, en L	3	7	13
Durée, en s	12	28	52

×4

La durée est-elle proportionnelle au volume écoulé ?

3 ×4 = 12 ou 12 ÷ 3 = 4

7 ×4 = 28 ou 27 ÷ 7= 4

13 ×4 = 52 ou 52 ÷ 13 = 4

La durée est proportionnelle au volume écoulé de ce robinet, et le coefficient de proportionnalité est 4.

On a relevé le prix d'un billet de train en fonction de la distance parcourue:

Distance, en km	100	500	600
Prix, en €	25	125	140

Pas de coefficient

Le prix payé est-il proportionnel à la distance ?

25 ×4 =100 ou 25 ÷ 100 = 0,25

125 ×4 = 500 ou 125 ÷ 500 = 0,25

140 ×4 =560 ≠ 600 ou 140 ÷ 600 ≈0,23≠ 0,25

Le prix du billet n'est pas proportionnel à la distance parcourue.

2. Méthode de multiplication d'une « colonne » par un nombre :

Il y a proportionnalité entre deux grandeurs si lorsqu'on multiplie l'une des grandeurs par un nombre, l'autre grandeur est multiplié par le même nombre.

Exemple et contre-exemple:

On a relevé le prix d'une course en taxi en fonction de la distance parcourue:

Distance, en km	25	50	150	1200
Prix, en €	8,5	17	51	408

Le prix payé est-il proportionnel à la distance ?

25 ×2 = 50 et 8,5 ×2 = 17
50 ×3 = 150 et 17 ×3 = 51
50 ×24 = 1200 et 17 ×24 = 408

Le prix de la course est proportionnel à la distance parcourue.
Le coefficient de proportionnalité existe, mais il n'est pas apparent avec cette méthode.

On a relevé le prix d'un billet de train en fonction de la distance parcourue:

Distance, en km	100	500	600
Prix, en €	25	125	140

Le prix payé est-il proportionnel à la distance ?

100 ×5 = 500 et 25 ×5 = 125

100 ×6 = 600 mais 25 ×6 = 125 ≠ 140

Le prix du billet n'est pas proportionnel à la distance parcourue.

3. Méthode de la somme de deux « colonnes » :

On a calculé le périmètre d'un carré en fonction de la longueur d'un côté :

Longueur c du côté, en cm	3	15	18
Périmètre P du carré, en cm	12	60	72

Le périmètre du carré est-il proportionnel à la longueur du côté ?

3 + 15 = 18 et 12 + 60 = 72

Le périmètre du carré est proportionnel à la longueur d'un côté.
Le coefficient de proportionnalité existe, mais il n'est pas apparent avec cette méthode.

On a relevé le prix d'un billet de train en fonction de la distance parcourue:

Distance, en km	100	500	600
Prix, en €	25	125	140

Le prix payé est-il proportionnel à la distance ?

100 + 500 = 600 et 25 + 125 = 150 ≠ 140

Le prix du billet n'est pas proportionnel à la distance parcourue.

III. Calculer une quatrième proportionnelle:

Deux grandeurs étant proportionnelles, on a une valeur de la première et la valeur correspondante de la seconde. Connaissant alors une troisième valeur, on peut calculer la valeur correspondante (la quatrième) en utilisant le coefficient de proportionnalité ou la propriété de multiplication d'une « colonne » par un même nombre ou la propriété d'addition de deux « colonnes »

Exemples:

On a utilisé 7 kg de plâtre pour enduire 4,4 m² de mur. Sachant que la surface enduite est proportionnelle à la masse de plâtre utilisée:
a) Quelle surface peut-on enduire avec 42 kg de plâtre ?
b) Quelle masse de plâtre faut-il pour enduire 30,8 m²?

Masse de plâtre, en kg	7	42	49
Surface enduite, en m²	4,4	**26,4**	30,8

a) 7 ×6 = 42 donc 4,4 ×6 = **26,4**
donc on peut enduire 26,4 m² avec 42 kg de plâtre.

b)4,4 + 26,4 = 30,8 donc 7 + 42 = 49
donc il faut 49 kg de plâtre pour enduire 30,8 m².

On produit 5 L d'huile avec 35 kg d'olives. Sachant que le volume d'huile est proportionnel à la masse d'olives:
a) Quel volume d'huile obtient-on avec 147 kg d'olives ?
b) Quelle masse d'olives faut-il pour obtenir 87 L d'huile?

Masse d'olives, en kg	35	147	**609**
Volume d'huile, en L	5	**21**	87

5 ×7 = 35, donc il faut multiplier par 7 pour « passer » de la deuxième à la première, donc il faut diviser par 7 pour « passer » de la première à la deuxième :
a) 147 ÷ 7 = **21**
donc on obtient 21 L d'huile avec 147 kg d'olives.

b) 87 × 7 = **609**
donc il faut 609 kg d'olives pour obtenir 87 L d'huile.

IV. Pourcentages:

À la banque de l'écureuil, on peut placer de l'argent sur un livret-jeune à un taux de 5% par an. Ça signifie que

Si je place 100 € pendant un an, je gagne 5 €
Si je place 200 € pendant un an, je gagne 10 € (2×5)
Si je place 300 € pendant un an, je gagne 15 € (3×5)
Si je place 450 € pendant un an, je gagne 22,50€ (4,5×5)

Argent placé, en €	100	200	300	450
Argent gagné, en €	5	10	15	22,5

Conclusion : Placer de l'argent à 5% revient à dire que l'argent gagné est proportionnelle à l'argent que j'ai placé, et que le coefficient de proportionnalité est égal à $\frac{5}{100}$.

Les calculs sur les pourcentages reviennent au calcul d'une **quatrième proportionnelle:**

1 . On peut faire intervenir la proportionnalité pour appliquer un pourcentage :

<u>Exemple :</u> Sur une tablette de chocolat, il est écrit : " 70% de cacao".
Quelle masse de cacao y-a-t-il dans une tablette de 320 g de chocolat ?

<u>1ère manière :</u>

Masse de chocolat, en g	100	320
Masse de cacao, en g	70	

Le coefficient de proportionnalité est $\boxed{\frac{70}{100}}$, donc :

$320 \times \boxed{\frac{70}{100}} = 224$

ou

100 × 3,2 = 320 donc 70 × 3,2 = 224

Il y a 224 g de cacao dans une tablette de 320 g de chocolat à 70 %

<u>2ème manière:</u>

Calculer t % d'une grandeur, c'est multiplier par $\frac{t}{100}$ cette grandeur.

Calculer 70 % de 320 g ,
c'est multiplier par $\boxed{\frac{70}{100}}$, 320 ;

$\boxed{\frac{70}{100}} \times 320 = 224$

Il y a 224 g de cacao dans une tablette de 320 g de chocolat à 70 %

2 . On peut faire intervenir la proportionnalité pour déterminer un pourcentage, c'est-à-dire calculer un « taux de pourcentage ».

<u>Exemple :</u> Au cours des élections des délégués de classe, Éric a été élu avec 21 voix sur 25 votants.
Quel pourcentage du total de voix Éric a-t-il obtenu ?

<u>1ère manière:</u>

Nombre de votants		
Voix obtenues		

<u>2ème manière:</u>